第14講　図形の移動

Step 1

1　図1のように，3つの長方形ABCD，EFGH，PQRSがある。これらの長方形の辺CD，GH，RSは直線ℓ上にあり，AD = 6cm，CD = 12cm，RS = 24cm，CH = $a$cm，AD ＜ QRで，点Dと点Rは同じ位置にある。

この状態から，図2のように，2つの長方形ABCD，EFGHをCH = $a$cmを保ったまま，直線ℓに沿って矢印の方向に毎秒1cmの速さで，点Gが点Sに重なるまで移動させる。移動させ始めてからx秒後に，2つの長方形が長方形PQRSと重なっている部分の面積の和を$y$cm^{2}とする。

図3は，xとyの関係を表したグラフである。

次の問いに答えなさい。

図1

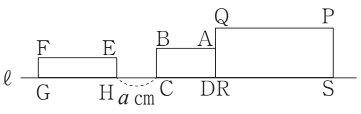


図2

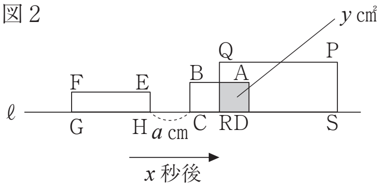
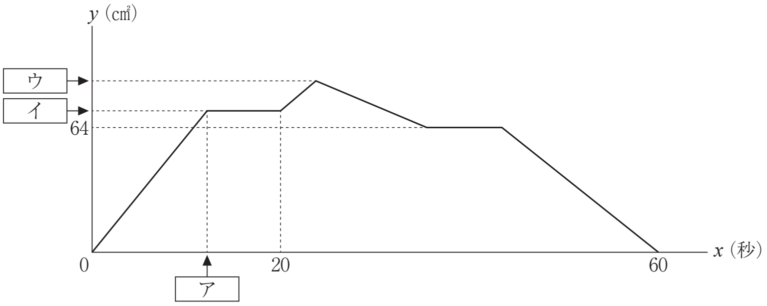


図3



(1)　図3の［ア］，［イ］にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

(2)　aの値を求めなさい。

(3)　辺GH，EHの長さはそれぞれ何cmか，求めなさい。

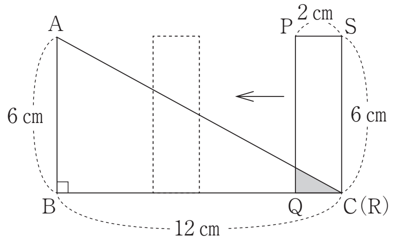
(4)　図3の［ウ］にあてはまる数を求めなさい。

【兵庫県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2 $AB = 6$cm，$BC = 12$cm，$\angle B = 90^\circ$の直角三角形ABCと，$PQ = SR = 6$cm，$PS = QR = 2$cmの長方形PQRSがあり，右の図のように，点Qは辺BC上にあって，点Rと点Cが重なっています。

長方形PQRSがこの状態から出発して，毎秒1cmの速さで，辺PQが辺ABと重なるまで矢印の方向に平行移動します。ただし，辺QRは辺BC上を動くものとします。



出発してからx秒後の，直角三角形ABCと長方形PQRSの重なった部分の面積yをxの式で表しなさい。また，xの変域を求めなさい。

【埼玉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　2

3　下の図１のように，長方形ABCDと長方形DEFGを組み合わせたL字型の図形ABCEFGがあり，AB ＝ 1 cm，AD ＝ 4 cm，DE ＝ 3 cm，DG ＝ 4 cmである。また，PQ ＝ 10cm，QR ＝ 6 cmの長方形PQRSがある。これら２つの図形の辺AG，PQは直線 ℓ 上にあり，点Aと点Pは重なっている。この状態から，長方形PQRSを固定し，L字型の図形を直線 ℓ に沿って矢印の方向に秒速 1 cmで移動させ，点Aが点Qと重なったときに停止させる。

図２はL字型の図形が，途中まで移動したようすを表したものである。移動を始めてから x 秒後に２つの図形が重なる部分の面積を y cm^2 とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図１

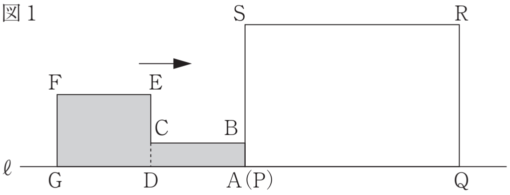
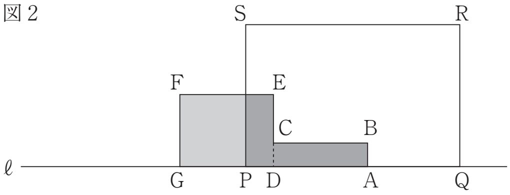


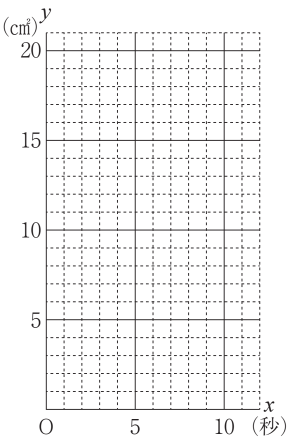
図２



(1)　２つの図形が重なる部分の面積がL字型の図形ABCEFGの面積の $\frac{1}{2}$ となるのは，移動を始めてから何秒後か求めなさい。

(2)　移動を始めてから停止するまでの x と y の関係を表すグラフを，図３にかきなさい。ただし，図３のOは原点とする。

図３



【茨城県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　次の図1のように，AB = 4cm，AD = 5cmの長方形ABCDがある。2つの頂点B，Cは直線ℓ上にある。また，直線ℓと交わる直線mがあり，頂点Cは，2直線ℓ，mの交点と重なっている。図2のように，この長方形ABCDを図1の状態から，直線ℓに沿って，頂点Bが直線m上に到達するまで，矢印の向きに移動させる。

長方形ABCDを，点Dが直線m上に到達するまでは毎秒1cmの速さで移動させ，その後，点Bが直線m上に到達するまでは毎秒$a$cmの速さで移動させた。このとき，点Dが直線m上に到達したのは，移動を始めてから2秒後であり，点Bが直線m上に到達したのは，移動を始めてから8秒後であった。移動を始めてからx秒後の，長方形ABCDのうち直線mより右側にある部分の面積を$y$cm^{2}とするとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。ただし，点Cが直線m上にあるときは，$y = 0$とする。

図1

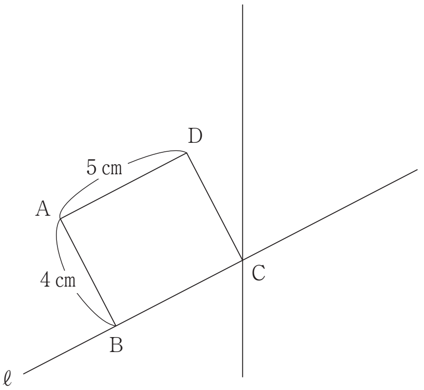
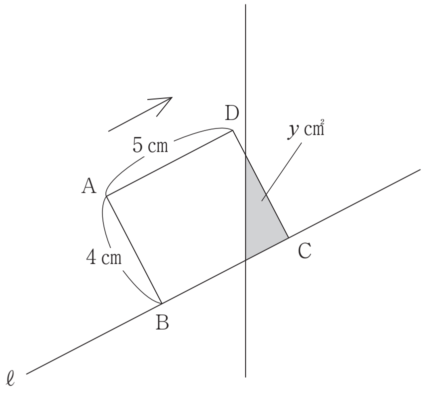


図2



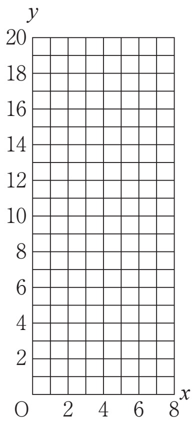
(1)　$x = 2$のときのyの値を答えなさい。

(2)　aの値を答えなさい。

(3)　次の①，②について，yをxの式で表しなさい。

①　$0 \leqq x \leqq 2$のとき

②　$2 \leqq x \leqq 8$のとき



(4)　$0 \leqq x \leqq 8$のとき，xとyの関係を表すグラフをかきなさい。

【新潟県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　3

5　図１のような，厚紙Ｐと長方形の封筒Ｓがある。

この封筒Ｓの中に厚紙Ｐを折らずに全部入れて，図２のように，厚紙Ｐを AB ⊥ CD となるように，矢印（⬅）の方向に引き出す。このとき，頂点Ａと辺 CD との距離を厚紙Ｐを引き出した長さとし，厚紙Ｐを引き出した長さが x cm のときに封筒Ｓから出ている厚紙Ｐの面積を y cm^2 とする。

次の(1)～(4)の問いに答えなさい。

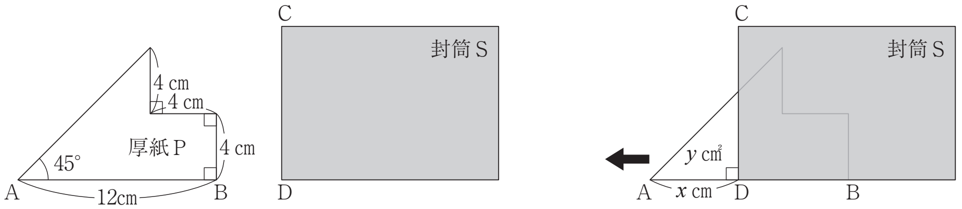


図１　　図２

(1)　表中のア～ウにあてはまる数を求めなさい。

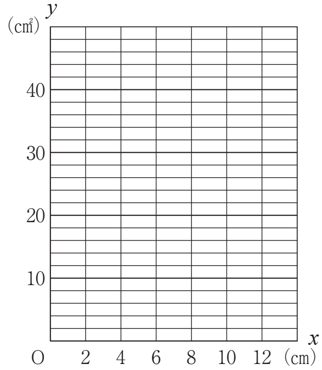
x (cm)	0	2	4	6	8	10	12
y (cm^2)	0	2	ア	18	イ	ウ	48

(2)　x の変域を次の(ア)，(イ)とするとき，x と y との関係を式で表しなさい。

(ア)　$0 \leqq x \leqq 8$ のとき

(イ)　$8 \leqq x \leqq 12$ のとき

(3)　x と y との関係を表すグラフをかきなさい。$(0 \leqq x \leqq 12)$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

(4) 図3のような，厚紙Qと長方形の封筒Tを用意する。

この封筒Tの中に厚紙Qを折らずに全部入れて，図4のように，厚紙QをEF ⊥ GHとなるように，矢印（⇦）の方向に引き出す。このとき，頂点Eと辺GHとの距離を厚紙Qを引き出した長さとする。

厚紙Pを引き出した長さと厚紙Qを引き出した長さが等しいとき，封筒Sから出ている厚紙Pの面積と封筒Tから出ている厚紙Qの面積が等しくなる場合がある。そのときの引き出した長さは何cmであるかをすべて求めなさい。ただし，引き出した長さは0cmより長く12cmより短いものとする。

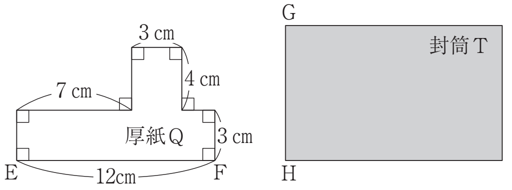


図3

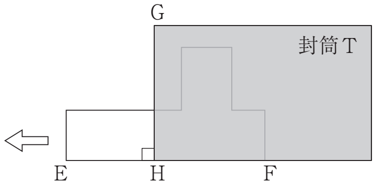


図4

【岐阜県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

第 14 講　図形の移動

Step 1

1 (1) ア．12　イ．72　(2) (a =) 8　(3) (GH) 16 (cm)　(EH) 4 (cm)　(4) 88

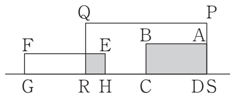
≪解説≫

(1) 移動させ始めてから，点 C が点 R に重なるまで，y の値は一定の割合で増える。よって，CD = 12cm より，点 C が点 R に重なるのは，12 ÷ 1 = 12 (秒後) なので，ア = 12　このときの y の値は，長方形 ABCD の面積に等しいから，イ = 12 × 6 = 72

(2) グラフより，移動させ始めて 12 秒後から 20 秒後までの，20 − 12 = 8 (秒間) は，y の値が一定だから，a = 8

(3) グラフより，点 G が点 S に重なるのは，移動させ始めてから 60 秒後だから，GH + a + CD + RS = 60　よって，GH + 8 + 12 + 24 = 60 より，GH = 60 − (8 + 12 + 24) = 16 (cm)　また，y = 64 となるのは，長方形 EFGH だけが完全に長方形 PQRS に含まれるときだから，GH × EH = 64 より，16 × EH = 64　よって，EH = $\frac{64}{16}$ = 4 (cm)

(4) y の値が最大となるのは，EH ＜ AD より，点 D が点 S に着いたときである。これは移動させ始めてから，24 ÷ 1 = 24 (秒後) で，3 つの長方形は右図のように重なっている。このとき，RH = 24 − (12 + 8) = 4 (cm) だから，ウ = 6 × 12 + 4 × 4 = 88



2　$y = x + 1$　(x の変域) $0 \leqq x \leqq 10$

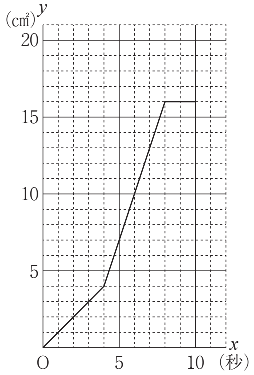
≪解説≫

AC と，PQ，SR との交点を，それぞれ，T，U とすると，出発してからの直角三角形 ABC と長方形 PQRS の重なった部分は，台形 TQRU。長方形 PQRS が平行移動するとき，△TQC，△URC は△ABC と相似な三角形になるので，TQ : QC = UR : RC = AB : BC = 6 : 12 = 1 : 2　出発してから x 秒後には，QC = $(2 + x)$ cm，RC = x cm になるので，TQ = $\frac{1}{2}$QC = $\frac{1}{2}(2 + x) = 1 + \frac{x}{2}$ (cm)，UR = $\frac{1}{2}$RC = $\frac{x}{2}$ (cm)　よって，台形 TQRU = $\frac{1}{2}$ × (TQ + UR) × QR = $\frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{2}\right) \times 2 = 1 + x$ (cm^2) になるので，$y = x + 1$　また，Q が B と重なるのは，(12 − 2) ÷ 1 = 10 (秒後) なので，x の変域は，$0 \leqq x \leqq 10$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　2

3　(1) $\frac{16}{3}$（秒後）　(2)（右図）

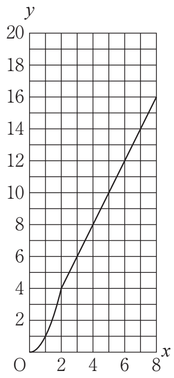


≪解説≫

(1) 長方形 ABCD $= 1 \times 4 = 4$ (cm²)，長方形 DEFG $= 3 \times 4 = 12$ (cm²) より，図形 ABCEFG $= 4 + 12 = 16$ (cm²)　よって，重なる部分の面積が，$16 \times \frac{1}{2} = 8$ (cm²) になればよい。図形 ABCEFG の重なっていない部分の面積も 8 cm² になるので，GP $= 8 \div 3 = \frac{8}{3}$ (cm)　したがって，AP $= 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$ (cm) となるから，移動を始めてから $\frac{16}{3}$ 秒後。

(2) (i) $0 \leqq x \leqq 4$ のとき，SP は BC と交わり，AP $= x$ cm　よって，重なる部分は縦 1 cm，横 x cm の長方形だから，$y = 1 \times x = x$　(ii) $4 \leqq x \leqq 8$ のとき，SP は EF と交わり，DP $= (x - 4)$ cm　よって，重なる部分は，長方形 ABCD と縦 3 cm，横 $(x - 4)$ cm の長方形を合わせた図形だから，$y = 4 + 3(x - 4) = 3x - 8$　(iii) $8 \leqq x \leqq 10$ のとき，L 字形の図形は長方形 PQRS にふくまれるから，$y = 16$　(i)，(ii)，(iii)より，グラフは上図のようになる。

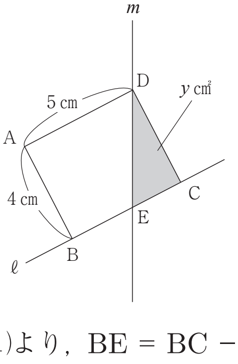
4　(1)（$y =$）4　(2)（$a =$）$\frac{1}{2}$　(3) ① $y = x^2$　② $y = 2x$　(4)（右図）



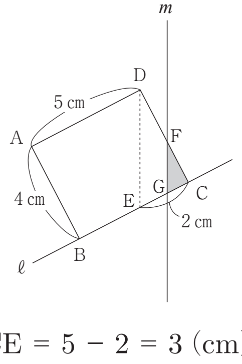
≪解説≫

(1) $x = 2$ のとき，次図アのように，点 D は直線 m 上に到達しており，直線 m と BC との交点を E とすると，CE $= 2$ cm　また，CD $= 4$ cm だから，$y = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

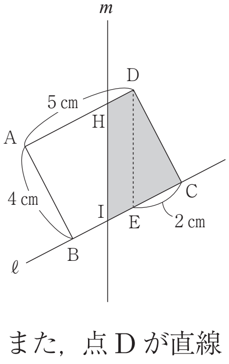
図ア



図イ



図ウ



(2) (1)より，BE $=$ BC $-$ CE $= 5 - 2 = 3$ (cm)　また，点 D が直線 m 上に到達してから，点 B が直線 m 上に到達するまでの時間は，$8 - 2 = 6$ (秒)　よって，3 cm を 6 秒で移動するから，$a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(3) ① $0 \leqq x \leqq 2$ のとき，前図イのように，直線 m は辺 CD，BC と交わる。その交点をそ

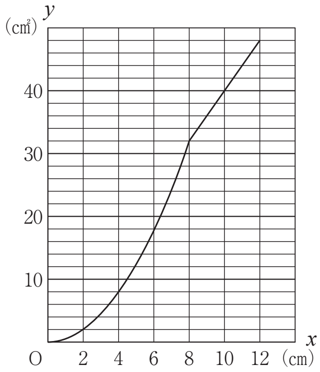
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

れぞれF，Gとすると，FG∥DEより，CG：CF = CE：CD = 2：4 = 1：2　よって，CG = x cmより，CF = $2x$cmだから，$y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$　② $2 \leqq x \leqq 8$のとき，前図ウのように，直線mは辺AD，BCと交わる。その交点をそれぞれH，Iとすると，HI∥DEより，DH = EI = $\frac{1}{2}(x-2)$ cm，CI = CE + EI = $\left\{2 + \frac{1}{2}(x-2)\right\}$cmとなるから，$y = \frac{1}{2} \times \left\{\frac{1}{2}(x-2) + 2 + \frac{1}{2}(x-2)\right\} \times 4 = 2x$

Step　3

5 (1) ア．8　イ．32　ウ．40　(2) (ア) $y = \frac{1}{2}x^2$　(イ) $y = 4x$

(3) (右図)　(4) 6 (cm)，$\frac{28}{3}$ (cm)



≪解説≫

(1) 厚紙Pは次図Iのように，等しい辺の長さが，12 − 4 = 8 (cm)の直角二等辺三角形㋐と1辺の長さが4cmの正方形㋑に分けられる。x = 4，8のとき，封筒Sから出ている部分は㋐と相似で，直角二等辺三角形だから，アは，$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$　イは，$\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$　x = 10のとき，封筒からは㋐全体と，㋑のうち，4 × (10 − 8) = 8 (cm²)が出ているから，ウは，32 + 8 = 40

(2) (ア) $0 \leqq x \leqq 8$のとき，封筒Sから出ている部分は直角二等辺三角形だから，$y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$　(イ) $8 \leqq x \leqq 12$のとき，㋐の面積は32cm²で，㋑のうち，封筒Sから出ている部分の面積は，$4(x-8) = 4x - 32$ (cm²)だから，$y = 32 + 4x - 32 = 4x$

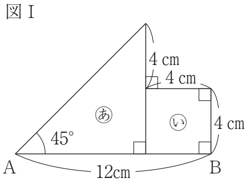
(3) グラフは原点と，(2，2)，(4，8)，(6，18)，(8，32)，(12，48)を通り，$0 \leqq x \leqq 8$では放物線，$8 \leqq x \leqq 12$では直線となる。

(4) 厚紙Qを引き出した長さが$x$cmのときに，封筒Tから出ている厚紙Qの面積を$y$cm²とすると，厚紙Qは次図IIのように，㋒，㋓，㋔の3つの長方形に分けられる。$0 \leqq x \leqq 7$のとき，$y = 3x$　$7 \leqq x \leqq 10$のとき，㋒の面積は，3 × 7 = 21 (cm²)だから，$y = 21 + 7(x-7) = 7x - 28$　$10 \leqq x \leqq 12$のとき，㋒+㋓の面積は，21 + 7 × 3 = 42 (cm²)だから，$y = 42 + 3(x-10) = 3x + 12$　よって，次図IIIのように，厚紙Pのグラフに厚紙Qのグラフを重ねると，$0 < x < 12$において，yの値が等しくなるときは2回ある。1回目は，$0 < x \leqq 7$の範囲だから，$\frac{1}{2}x^2 = 3x$を解くと，$x^2 - 6x = 0$より，$x(x-6) = 0$　$x \neq 0$より，$x = 6$　2回目は，$8 \leqq x \leqq 10$の範囲だから，$4x = 7x -$

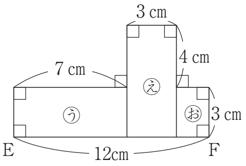
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

28 を解くと，$x = \dfrac{28}{3}$

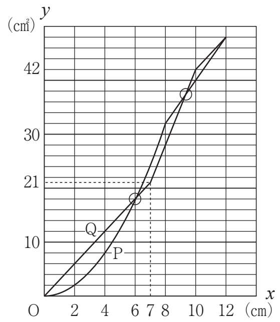
図Ⅰ



図Ⅱ



図Ⅲ



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。